

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Prova scritta di Matematica Generale (EGA – Corso B)
Dott. Giovanni Masala – 25 gennaio 2010.

PRIMA PARTE

Domanda 1 (punti 5; punti 4 per la prova completa).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x^2 - 5x + 6)}{x}$$

Dominio (punti 2)	$E = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty) \setminus \{0\}$
Positività (punti 2)	$P = \left(0, \frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right)$
Intersezioni (punti 1)	$A\left(\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}, 0\right)$

Domanda 2 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la concavità e i flessi della

funzione: $f(x) = \frac{1+x+x^2}{x}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{x^2 - 1}{x^2}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{2}{x^3}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	concava per $x < 0$; no flessi

Domanda 3 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la crescita e gli estremi relativi

della funzione: $f(x) = e^{2x^3+6x^2}$

Derivata prima (punti 2)	$f'(x) = 6x \cdot (x+2) \cdot e^{2x^3+6x^2}$
Estremi (punti 3)	$M(-2; e^8) \quad m(0; 1)$

Domanda 4 (punti 5; punti 3 per la prova completa). Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{x^4 + x^3 - 7x^2 + 5}{x^2 \cdot (x+4)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$
As. verticali (punti 2)	$x = -4 \quad \text{e} \quad x = 0$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = x - 3$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero I parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

Compito 1

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

- **Il teorema di Lagrange (punti 4)**
- **Definizione di estremi relativi e legame con la derivata prima (punti 3)**
- **Il teorema della permanenza del segno (punti 3)**



Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



SECONDA PARTE

Domanda 5 (punti 6; punti 4 per la prova completa).

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti:

$$\int_0^2 x \cdot (4x^2 + 1) \cdot (x + 3) dx \quad \text{e} \quad \int \left(2x^2 \cdot e^{x^3+1} + \frac{7x^3}{1+2x^4} \right) dx$$

Integrale definito (punti 3)	$\frac{1234}{15}$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{2}{3}e^{x^3+1} + \frac{7}{8}\log(1+2x^4)$

Domanda 6 (punti 6; punti 5 per la prova completa).

Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + y + k \cdot z = -1 \\ x + 2y + 4z = k \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	Infinite soluzioni $\forall k \in \mathbb{R}$
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{-2-k+4z-2k \cdot z}{7}; y = \frac{1+4k-16z+k \cdot z}{7} \right)$

Domanda 7 (punti 8; punti 6 per la prova completa).

Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + y^2 - 3x - 2y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - y = 1$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x - 3 \quad f_y = 2y - 2$
Estremi liberi (punti 3)	$m(3/2; 1; -17/4)$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(11/10; 6/5; -81/20) \quad \lambda = -2/5 \quad H = -10$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero II parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema della media (punti 3)
- Vettori linearmente indipendenti (punti 3)
- Le derivate parziali (punti 4)